

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK MİMARLIK FAKÜLTESİ
KİMYA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
KM392 Kimya Mühendisliği Laboratuvarı I

YATIŞKIN OLMAYAN HAL ISI İLETİMİ
DENEY NO: 5b

AMAÇ

İki ucu sabit sıcaklıkta tutulan pirinç çubuk boyunca sıcaklık dağılımını ve bu çubuktan olan ısı kaybını incelemek.

TEORİ

İlgili temel bilgilerin özeti ve teorik çözümde yararlanılan bir bilgisayar programı verilmiştir.

DENEY DÜZENİĞİ

İki ucu elektrik enerjisiyle ısıtılan ve uzunluğu boyunca değişik konumlarda termometre yerleştirilen silindirik pirinç bir çubuktur (çapı 4cm, uzunluğu 80cm).

DENEY YÖNTEMİ

Silindirik pirinç çubuğun iki ucu, elektrik dirençleri ile 150 °C'a ısıtılarak bu sıcaklıkta sabit tutulur. Her 1 dakikada bir çubuk boyunca yerleştirilen termometrelerden aynı anda sıcaklıklar okunur. Bu işlem çubuk başındaki termometreler 150 °C'a ulaştıktan 10 dakika sonrasına kadar sürer. Elde edilen veriler tabloya kayıt edilir. Ortam (Çevre) sıcaklığı ayrıca ölçülür.

HESAPLAMALAR

1. Silindirin yüzeyi ile hava arasındaki ortalama ısı iletim katsayısını (h) aşağıdaki şartlarda hesaplayınız.
 - a) Yatışkın hal,
 - b) Hava tamamen durgun (Konveksiyon akımları yok),
 - c) Silindirin dış yüzey sıcaklığı (T_w) sabit,
 - d) Silindirin dış yüzeyinden $r=785R$ uzaklığında havanın sıcaklığı ortam sıcaklığına (T_∞) eşittir.
2. Silindir yüzeyi ile hava arasındaki ortalama ısı iletim katsayısını, çubuk için ortalama bir sıcaklık kullanarak doğal konveksiyon hali için hesaplayınız. Çubuktan doğal konveksiyonla olan ısı kaybını hesaplayınız.
3. Simetriden dolayı çubuğun tam ortasında $dT/dx=0$ olması gerektiği dikkate alınır, çubuğun yarısı bir ucu T_s sıcaklığında tutulan ve diğer ucu mükemmel yalıtılmış silindirik fin gibi düşünülebilir. Bu şartlar altında, yatışkın hal için;
 - a) Çubuk boyunca (8cm aralıklarla) sıcaklık dağılımını belirleyiniz.
 - b) Çubuktan dış ortama olan ısı kaybını hesaplayınız.
4. İki ucu sabit sıcaklıkta tutulan yatay çubuktan yatışkın olmayan hal ısı iletimi için elde edilen sıcaklık dağılımı ifadesinde seri toplamın ilk iki terimini kullanarak $t=10$. dakikada çubuk boyunca (8cm aralıklarla) olan sıcaklık dağılımını elde ediniz. Elde ettiğiniz sonuçlar ile deneysel verilerinizi aynı grafik üzerinde karşılaştırınız. Ayrıca aynı grafik üzerine (3)'de elde ettiğiniz yatışkın hal verilerini de ekleyiniz.

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK MİMARLIK FAKÜLTESİ
KİMYA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
KM392 Kimya Mühendisliği Laboratuvarı I

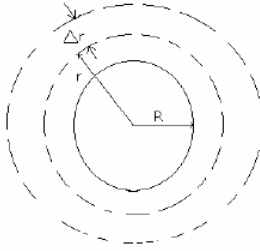
NOT: 1) Ekte iki ucu sabit sıcaklıkta tutulan yatay çubuktan yatışkın olmayan hal ısı iletimi için çıkarılan ifadenin seri toplamın daha fazla terimini kullanarak sıcaklık dağılımını elde etmeyi sağlayan BASIC dilinde yazılmış bir örnek program ve farklı zamanlar için elde edilen sıcaklık dağılım grafiği verilmiştir. Çözüm için benzer bir program kullanabilirsiniz.

2) Yatışkın olmayan hal için sıcaklık dağılımı (parabolik kısmi diferansiyel denklem, $\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$) MATLAB’da nümerik yöntemler (açık yöntem, Crank-Nicholson Yöntemi vb) kullanılarak da elde edilebilir.

SİLİNDİR YÜZEYİNDEN DURGUN AKIŞKAN ORTAMA ISI İLETİMİ

Varsayımlar:

- Silindir dış yüzey sıcaklığı T_w =Sabit
- Yatışkın hal
- $\partial r = 785R$ pozisyonunda $T=T_\infty$



Kabuk için enerji eşitliği:

$$\left\{ (2\pi L) \left(-k \frac{dT}{dr} \right) \right\} \Big|_r - \left\{ (2\pi L) \left(-k \frac{dT}{dr} \right) \right\} \Big|_{r+\Delta r} = 0$$

Bu eşitliği $(2\pi L h \Delta r)$ ’ye bölüp $\Delta r \rightarrow 0$ ’da limiti alınırsa;

$$\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\left(r \frac{dT}{dr} \right) \Big|_{r+\Delta r} - \left(r \frac{dT}{dr} \right) \Big|_r}{\Delta r} = 0 \Rightarrow \frac{d \left\{ r \frac{dT}{dr} \right\}}{dr} = 0$$
$$r \frac{dT}{dr} = C_1 \Rightarrow dT = C_1 \frac{dr}{r} \Rightarrow T = C_1 \ln r + C_2$$

Sınır Şartı 1: $r=R$; $T=T_w$ $T_w = C_1 \ln R + C_2$

Sınır Şartı 2 : $r=785R$; $T=T_\infty$ $T_\infty = C_1 \ln(785R) + C_2$

Bu durumda;

$$(T_w - T_\infty) = C_1 (\ln R - \ln 785R) \Rightarrow C_1 = \frac{T_w - T_\infty}{\ln \frac{R}{785R}} \Rightarrow C_1 = \frac{T_w - T_\infty}{-6,666}$$

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK MİMARLIK FAKÜLTESİ
KİMYA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
KM392 Kimya Mühendisliği Laboratuvarı I

$$q|_{r=R} = ?$$

$$q|_{r=R} = (2\pi RL) \left(-k \frac{dT}{dr} \right) \Big|_{r=R} = -2\pi RLk \frac{C_1}{r} \Big|_{r=R} = -2\pi RLk \frac{(T_w - T_\infty)}{(-6,666)R} = \frac{\pi Lk}{3,333} (T_w - T_\infty)$$

Newton'un soğuma kanununu da kullanarak,

$$q|_{r=R} = \frac{\pi Lk}{3,333} (T_w - T_\infty) \equiv h(T_w - T_\infty)(2\pi RL) \Rightarrow \frac{k}{3,333} = hD \Rightarrow \frac{hD}{k} = 0,3 \Rightarrow Nu = 0,3$$

NOT: Yüzeyin dik konveksiyon ile tek silindirden olan ısı iletimi için;

$$Nu = 0,3 + \frac{0,62 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{\left[1 + (0,4/Pr)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{1}{4}}} \left[1 + \left(\frac{Re}{282000} \right)^{\frac{5}{8}} \right]^{\frac{4}{5}}$$

Akışkanın hızı sıfıra yaklaşırken ($Re \rightarrow 0$); ($Nu \rightarrow 0,3$). Bu sonuçta yukarıda elde edilen ile aynıdır.

YATAY KONUMLU SİLİNDİRLERDEN DOĞAL KONVEKSİYONLA ISI İLETİMİ

$$Nu = cRa^n$$

$$\text{Nusselt Sayısı } Nu = \frac{hD}{k}$$

$$\text{Prandtl Sayısı } Pr = \frac{c_p \mu}{k}$$

$$\text{Grashof Sayısı } Gr = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)D^3}{\nu^2}$$

$$\text{Rayleigh Sayısı } Ra = Gr.Pr$$

Ra	c	n
$10^{-10} - 10^{-2}$	0,675	0,058
$10^{-2} - 10^2$	1,02	0,148
$10^2 - 10^4$	0,85	0,188
$10^4 - 10^7$	0,48	0,25
$10^7 - 10^{12}$	0,125	0,333

Akışkanların özellikleri, film sıcaklığında $T_f = (T_w + T_\infty)/2$ alınır.

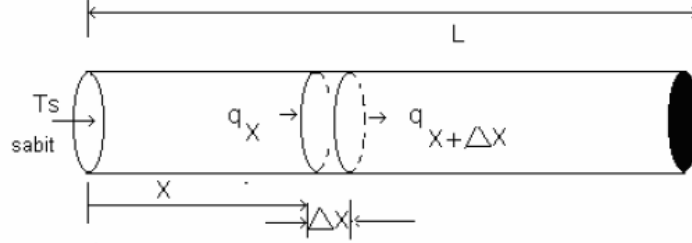
T_w : Silindir dış yüzey sıcaklığı

T_∞ : Ortam sıcaklığı

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK MİMARLIK FAKÜLTESİ
KİMYA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
KM392 Kimya Mühendisliği Laboratuvarı I

SİLİNDİRİK FİNDEN ISI KAYIBI (YATIŞKIN HAL)

Bir ucu çok iyi yalıtılmış, diğer uçta sabit (T_s) sıcaklığında. Yalıtılmış uçta $(dT/dx)_{x=L} = 0$ 'dır.



$$\text{Çevre} = P = \pi D; \text{ Alan} = A = \pi D^2/4$$

$$q|_x - q|_{x+\Delta x} - h(T - T_\infty)P\Delta x = 0$$

$$\left[-kA \frac{dT}{dx} \right]_x - \left[-kA \frac{dT}{dx} \right]_{x+\Delta x} - h(T - T_\infty)P\Delta x = 0$$

$$\left[-kA \frac{dT}{dx} \right]_x - \left[-kA \frac{dT}{dx} \right]_x + \frac{d^2T}{dx^2} \Delta x - h(T - T_\infty)P\Delta x = 0$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{hP}{kA} (T - T_\infty)$$

$$\theta = (T - T_\infty); \quad m^2 = \frac{hP}{kA} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = m^2 \theta$$

Bu diferansiyel denklemin genel çözümü: $\theta = C_1 e^{-mx} + C_2 e^{+mx}$

$$\text{Sınır Şartı 1: } x=0; \quad T = T_s; \quad \theta = \theta_s = T_s - T_\infty$$

$$\text{Sınır Şartı 2: } x=L; \quad \frac{dT}{dx}|_{x=L} = 0; \quad \frac{d\theta}{dx}|_L = 0$$

$$\text{Genel çözümden; } \frac{d\theta}{dx} = -C_1 m e^{-mx} + C_2 m e^{+mx}$$

$$\text{S.Ş.2} \Rightarrow 0 = -C_1 m e^{-mx} + C_2 m e^{+mx}$$

$$\text{S.Ş.1} \Rightarrow \theta = C_1 + C_2$$

Bu iki denklemin ortak çözümünden :

$$C_1 = \theta_s \frac{e^{mL}}{(e^{mL} + e^{-mL})}; \quad C_2 = \theta_s \frac{e^{-mL}}{(e^{mL} + e^{-mL})}$$

$$\text{Çözüm: } \frac{\theta}{\theta_s} = \frac{e^{m(L-x)} + e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}}$$

$$\cosh(y) = \frac{e^y + e^{-y}}{2} \text{ tanımından;}$$

$$\frac{\theta}{\theta_s} = \frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL} \rightarrow \text{Sıcaklık Dağılımı}$$

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK MİMARLIK FAKÜLTESİ
KİMYA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
KM392 Kimya Mühendisliği Laboratuvarı I

Çevreye olan ısı kaybı:

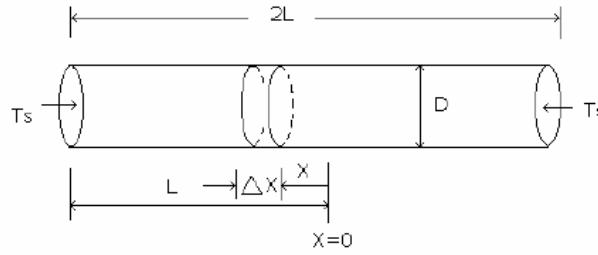
$$q = -kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = \int_0^L h(T - T_\infty) \pi D dx$$

Sıcaklık dağılımı ifadesinden; $\frac{dT}{dx} = \theta_s \frac{\sinh m(L-x)}{\cosh mL} (-m)$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = -m\theta_s \tanh mL \Rightarrow q = kAm(T_s - T_\infty) \tanh mL$$

NOT: $mL = \sqrt{Bi}$; $Bi = \frac{hl}{k}$, Biot Sayısı ; $l = \frac{PL^2}{A}$, Sistemin karakteristik boyutu

İKİ UCU SABİT SICAKLIKTA TUTULAN YATAY ÇUBUKTAN YATIŞKIN OLMAYAN HAL ISI İLETİMİ



$$\text{Çevre} = P = \pi D; \text{ Alan} = A = \pi D^2/4$$

Kondüksiyon ile ısı taransferinin (-x) yönünde olduğuna dikkat ederek, kabuk için enerji denkliği yazılırsa;

$$-\dot{q}|_{x+\Delta x} - [-\dot{q}|_x] - h(T - T_\infty)P\Delta x = A\Delta x\rho Cp \frac{dT}{dt}$$

$$- \left(-kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x+\Delta x} \right) - \left[- \left(-kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_x \right) \right] - h(T - T_\infty)P\Delta x = A\Delta x\rho Cp \frac{dT}{dt}$$

Δx ile bölüp, $\Delta x \rightarrow 0$ iken limitini alırsak;

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{hP}{kA}(T - T_\infty) = \frac{\rho Cp}{k} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho Cp} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{hP}{A\rho Cp}(T - T_\infty)$$

Boyutsuz gruplar aşağıdaki gibi ifade edilirse ve yukarıdaki eşitlik düzenlenirse;

$$\alpha = \frac{k}{\rho Cp}, \quad \beta = \frac{hP}{A\rho Cp}, \quad \theta = (T - T_\infty)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \beta \theta$$

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK MİMARLIK FAKÜLTESİ
KİMYA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
KM392 Kimya Mühendisliği Laboratuvarı I

Yeni bir değişken tanımlarsak ve $\theta=(u)(e^{-nt})$ olacak şekilde tanımlanır ve yukarıdaki eşitliği yeniden düzenlenirse,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\begin{array}{lll} \text{Başlangıç Şartı:} & t = 0 ; & u = (T_i - T_\infty) = \theta_i \\ \text{Sınır Şartı 1:} & x = +L ; & u = (T_s - T_\infty)e^{\beta t} = \theta_s e^{\beta t} \\ \text{Sınır Şartı 2:} & x = -L ; & u = (T_s - T_\infty)e^{\beta t} = \theta_s e^{\beta t} \end{array}$$

Bu başlangıç ve sınır şartlarından yararlanarak yukarıdaki kısmi diferansiyel denklemin çözümünden sıcaklık dağılımı elde edilebilir.

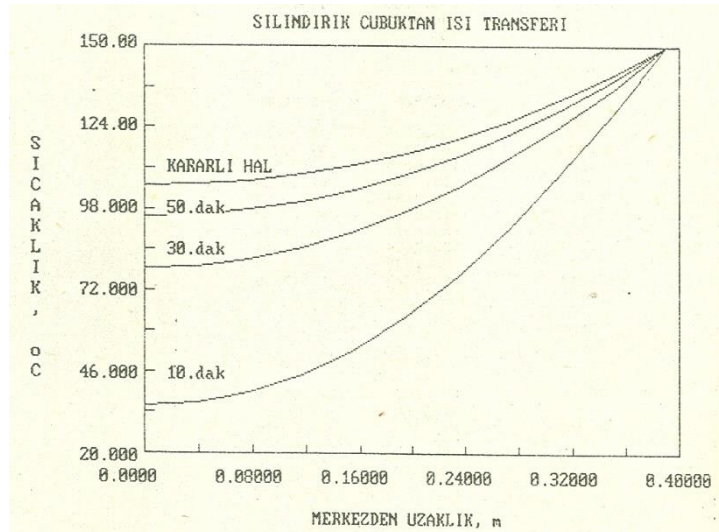
$$\theta = \theta_s \frac{\cosh x(\beta/\alpha)^{1/2}}{\cosh L(\beta/\alpha)^{1/2}} - \frac{4\theta_s}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n e^{-\beta t - \left[\frac{\alpha(2n+1)^2 \pi^2 t}{4L^2}\right]} \cos \left[\frac{(2n+1)\pi x}{2L}\right]}{(2n+1) \left[1 + \frac{4\beta L^2}{(2n+1)^2 \pi^2 \alpha}\right]}$$

Bu denklemin sağ tarafındaki ilk terim “yatışkın hal” için olan çözümdür. (-x yönündeki farklılığı ve $(\beta/\alpha)^{0,5}=m$ olduğunu dikkate alınarak bu terimin bir önceki kısımda “bir ucu yalıtılmış silindirik finden yatışkın halde ısı kaybını” incelerken elde edilen sıcaklık dağılımı ifadesi ile aynı olduğu görülür.

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK MİMARLIK FAKÜLTESİ
KİMYA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
KM392 Kimya Mühendisliği Laboratuvarı I

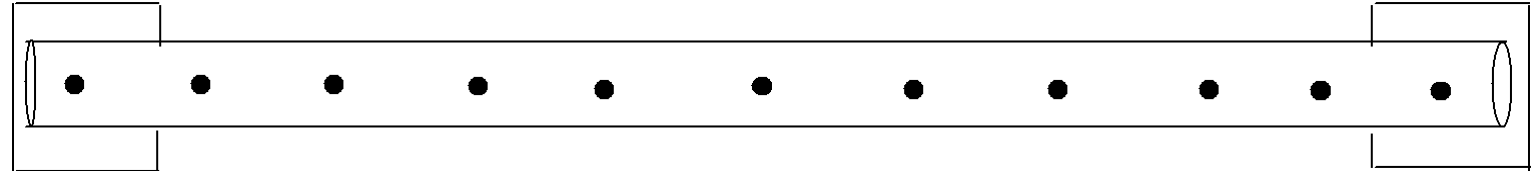
EK: Örnek bir program ve çıktısı

```
-LIST
10 REM BU PROGRAM İKİ UCU T0 SICAKLIĞINDA TUTULAN BİR CUBUK BOYUNCA SICAKLIK D
AGILIMINI HESAPLAMAKTADIR. SI BİRİM SİSTEMİ KULLANILMISTIR.
20 REM TINF=ORTAM SICAKLIĞI
30 REM TI=CUBUK İLK SICAKLIĞI (=TINF)
40 REM L=CUBUK BOYUNUN YARISI
50 REM X=CUBUK MERKEZİNDEN OLAN UZAKLIK. m
60 REM TSS=KARARLI HAL SICAKLIK DEĞERİ. °C
70 REM TUS=KARARSIZ HAL SICAKLIK DEĞERİ. °C
80 REM D,K,RO,CP:CUBUKUN CAPI, ISI İLETKENLİĞİ, YÖĞUNLÜĞÜ, ISI KAPASİTESİ
90 REM H=CUBUK YÜZEYİ İLE ORTAM ARASINDAKİ ISI TRANSFER KATSAYISI
100 PI=22!/7!
110 READ D,K,RO,CP,H
120 DATA 0.042,120.,8522.,380.,8.
130 READ T0,TINF,L
140 DATA 150.,20.,0.39
150 NINT=10
160 FOR DAKIKA=10 TO 60 STEP 10
170 TIME=60*DAKIKA
180 P=PI*D
190 A=PI*D^2!/4!
200 ALPHA=K/(RO*CP)
210 BETA=H*P/(RO*CP*A)
220 M=SQR(BETA/ALPHA)
230 DEF FNSINH(X)=(EXP(X)-EXP(-X))/2!
240 DEF FNCOSH(X)=(EXP(X)+EXP(-X))/2!
250 XINT=L/NINT
260 X=0
270 TETA0=T0-TINF
280 PRINT "ZAMAN=" DAKIKA "DAKİKA"
290 PRINT
300 PRINT "X","S-S TEMP","U-S TEMP"
310 PRINT
320 FOR J=0 TO (NINT-1)
330 MX=M*X
340 ML=M*L
350 TETASS=TETA0+FNCOSH(MX)/FNCOSH(ML)
360 SUM=0
370 FOR N=0 TO 10
380 NUM=(-1!)^N*EXP((-BETA*TIME)-(ALPHA*((2!*N)+1!)^2!*PI^2!*TIME/(4!*L^2!)))*CO
S(((2!*N)+1!)*PI*X/(2!*L))
390 DENUM=((2!*N)+1!)*(1!+(4!*BETA*L^2!/(((2!*N)+1!)^2!*PI^2!*ALPHA)))
400 SUM=SUM+NUM/DENUM
410 NEXT N
420 TETAUS=TETASS-(4!*TETA0/PI)*SUM
430 TSS=TETASS+TINF
440 TUS=TETAUS+TINF
450 PRINT X,TSS,TUS
460 X=X+XINT
470 NEXT J
480 PRINT L,T0
490 PRINT
500 NEXT DAKIKA
510 END
C
```



Deney No: 5b

VERİ TABLOSU

Ortam Sıcaklığı (T_{∞}) :[illegible]